

## 2. Ett tvärsnitt av svensk matematikdidaktisk forskning

Iben M. Christiansen och Kicki Skog

Stockholms universitet

### Sammanfattning

I detta kapitel tittar vi närmare på 38 (20%) av de svenska licentiatuppsatser och doktorsavhandlingar som publicerats mellan 1919 och 2017 och samlat ihop forskningsresultat. Först ger vi en idé om vad som tas upp i uppsatserna, och sedan kategoriserar vi dem utifrån vår tolkning av Habermas kunskapsintressen. Denna analys visar att studierna har olika ändamål och att dessa förekommer med olika frekvens. Studier som vill föreskriva innehåll eller undervisningsmetod —det teknisk-rationella intresset— är väl representerade, och det gäller också studier som vill förstå sammanhang —det historisk-hermeneutiska intresset. Däremot är studier som siktar mot att avtäckta det förgivettagna —det emancipatoriska intresset— inte lika vanliga. Detta resultat ger en indikation om vilka idéer om skola, matematik och undervisning som styr, eller åtminstone avspeglas i, forskningen. Vi diskuterar avslutningsvis hur viktigt det är att förhålla sig till vilka intressen och antaganden som styr ett forskningsresultat, om man ska relatera det till skolans praktik.

### Introduktion

Matematikundervisningen är full av svåra val och balansgångar. Läraren behöver bland annat ta hänsyn till den enskilda eleven, till klassen och till ämnet. Detta utgör ett spänningsfält. Olika nivåer i utbildningssystemet konkurrerar med varandra om att få inflytande på undervisningen; dels utifrån det nära syftet att eleverna måste klara proven, att det är bra om de blir nyfikna och intresserade, men också utifrån det mer övergripande syftet om att skolan ska bidra till att eleverna tar sin plats i ett demokratiskt samhälle och utvecklas som hela människor.

---

Hur du refererar till det här kapitlet:

Christiansen, I.M. & Skog, K. (2022). Ett tvärsnitt av svensk matematikdidaktisk forskning. I P. Valero, L.B. Boistrup, I.M. Christiansen, & E. Norén (Red.), *Matematikundervisningens sociopolitiska utmaningar* (s. 15–42). Stockholm University Press. DOI: <https://doi.org/10.16993/bcc.c>. Licens: CC BY 4.0.

Angeläget för alla inblandade aktörer är att vara medveten om skolans roll som både utvecklande och skapande, och samtidigt reaktionär i sin reproduktion av samhället.

Dessa tankar blir inte mindre centrala av att arbeta med lärarutbildning. Tankarna ackompanjeras av pressen på att basera undervisningen på forskning och beprövad erfarenhet parallellt med att stödja de framtida lärarna att göra detsamma, vilket ligger där som en viskning, en oro.

Skolans vetenskapliga bas och forskningsanknytning bör stärkas och ge evidensbaserade underlag för att utveckla undervisningen. Staten bör dock inte marknadsföra någon viss pedagogik eller metodik. Vad staten däremot bör söka åstadkomma är att skapa och stimulera en nationellt gemensam systematik för successiv utveckling av lärarnas kompetens.

Så står det i Statens Offentliga Utredningars (SOU) *Samling för skolan* (SOU, 2017, s. 108). Det handlar alltså inte om att hitta den 'bästa' undervisningsmetoden, utan om att undervisningen utvecklas löpande genom forskningsanknytning. För utveckling av undervisning grundad i forskning krävs också att forskningen är tillgänglig och öppen för verksamma lärares kritisk granskning. Detta kapitel syftar till att bidra till detta, precis som om vi hade fått frågan i vår inkorg, till Matematiklärartidningens frågespalt, om just denna forskning och hur man som lärare kan förhålla sig till den i sin undervisning.

I detta kapitel gör vi alltså en rundresa genom ett urval av forskning inom svensk matematikdidaktik, och diskuterar tendenserna, men vi tar också steget till att se på underliggande värden och antaganden som avspeglas i publikationerna. Vi tror att ett kritiskt perspektiv på forskningen måste ta hänsyn till de intressen som styr forskningen, och till den tidsperiod och kontext inom vilken forskningen bedrivs. Det blir väldigt olika vad man som lärare eller lärarutbildare gör med forskning som är riktad mot att ge implementerbara lösningar inom en existerande praktik; forskning som är riktad mot att förstå hur lärande och undervisning sker; eller forskning som är riktad mot att avtäcka det vi tar för givet.

Vi börjar med att kort introducera avhandlingarna nedan och vilka delar av skolsystemet som har studerats. Därefter ser vi på avhandlingarna utifrån två perspektiv. Först försöker vi kategorisera avhandlingarna utifrån deras fokus: handlar det om vad innehållet i undervisningen ska vara, handlar det om elevers lärande, eller handlar det om hur undervisningen kan organiseras? Och sedan ser vi på de kunskapsintressen som styr forskningen. Det gör vi genom att använda några kategorier från filosofen Jürgen Habermas.

## MATEMATIKLÄRARTIDNINGEN

Nyheter ▾ Uppgifter ▾ Programmering ▾ Arkiv ▾ Fråga Kicki & Iben ▾

Av Iben Christiansen & Kicki Skog | askibenochockicki@mattelareren.com | Stockholm  
5:e maj 2022



Kära Kicki och Iben: Jag har läst i SOU att vi ska använda undervisningsmetoder som är vetenskapligt utprovade. Men vad säger forskningen egentligen om detta? Jag känner mig plötsligt väldigt okunnig!

*Mvh Den (o)dugliga läraren*



Kära (o)dugliga läraren: Din känsla är vår. Kanske forskningen inte bara ska bidra med förslag till undervisningsmetoder? För att få en ide om vad forskningen säger och vilken syn på undervisning den avspeglar, har vi tittat närmare på ett urval av Sveriges matematikdidaktiska doktorander och licentiaters arbete över tid. Det är så, att eftersom Nationellt Centrum för Matematikutbildning (NCM) har en lista över avhandlingar vid svenska lärosäten, så har vi en redan existerande lista att utgå ifrån. Vi valde ut var femte av dessa publikationer med början år 1875 för att försöka se tendenser över tid utan att inkludera allt som var publicerat. Det hände någon enstaka gång att det var en avhandling som inte direkt handlade om undervisning och lärande och då tog vi för enkelhetens skull nästa på listan. Vi har sedan gjort en så kallad innehållsanalys och kategoriserat innehållet på flera olika sätt.

Hoppas du får ut något av att läsa vår sammanfattning.

*Iben och Kicki*

### Vilka är avhandlingarna?

Vi har valt att se på de avhandlingar inom matematikämnets didaktik som är skrivna vid svenska lärosäten. Detta är dels ett pragmatiskt val, eftersom en lista över dessa redan finns publicerad på Nationellt Centrum för Matematikutbildnings (NCM) hemsida<sup>1</sup>. Dels är det utifrån en idé om att avhandlingar på doktorand- och licentiatnivå avspeglar vad som är i fokus både inom skolan och inom forskningen under den aktuella tidsperioden. I detta avsnitt ger vi en första överblick över materialet.

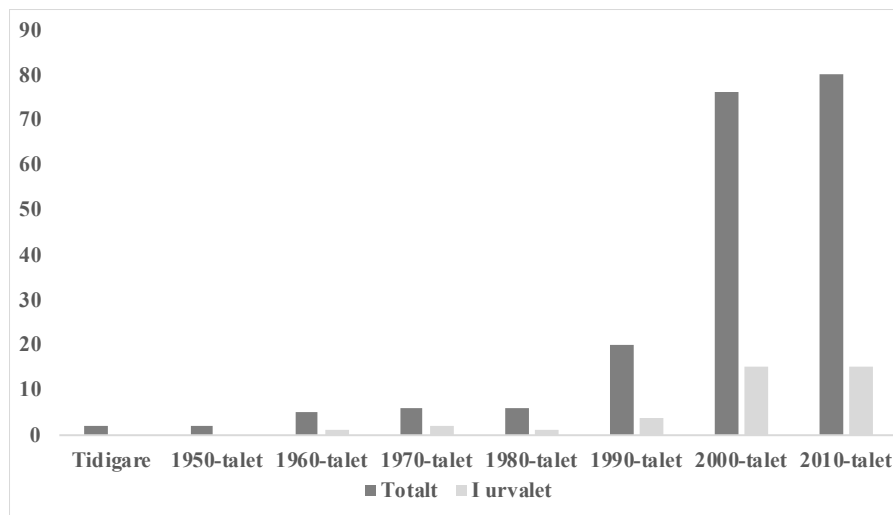
<sup>1</sup> Se <http://ncm.gu.se>

År 1875 kom den första publikationen, enligt NCM:s lista. Det var *Bidrag till de matematiska vetenskapernas historia i Sverige före 1679* av Ernst Mauritz Dahlin. Detta var alltså en matematikhistorisk undersökning, inte en didaktisk. Den första avhandling som var didaktisk skrevs av K.G. Jonsson år 1919, med titel *Undersökningar rörande problemräkningens förutsättningar och förlopp* och handlar om problemlösning. Den första text på listan skriven av en kvinna kom 54 år senare med en rapport om ett större interventionsprojekt; Larssons *Individualized mathematics teaching – results from the IMU project in Sweden*.

Antalet avhandlingar tredubblades från 1980- till 1990-talet. Decenniet inleddes med A. Petterssons avhandling, *Att utvecklas i matematik: en studie av elever med olika prestationsutveckling* (1990), som tar elevernas lösningar av uppgifter som utgångspunkt och därmed satte elevens tänkande i fokus på ett annat sätt än tidigare avhandlingar. Intressant är att denna inriktning på matematikdidaktisk forskning kommer till Sverige 20 år senare än de första internationella publikationerna som t.ex. Erlwangers studie *Benny's conception of rules and answers in IPI mathematics* (1973) och Freudenthals bok *Mathematics as an educational task* (1973).

Därefter kom ständigt fler avhandlingar. Utvecklingen i antal framgår av Figur 1. Cirka två tredjedelar av publikationerna är alltså skrivna efter år 2000.

**Figur 1.** Antal svenska matematikdidaktiska avhandlingar över tid (mörk) och i vårt urval (ljus).



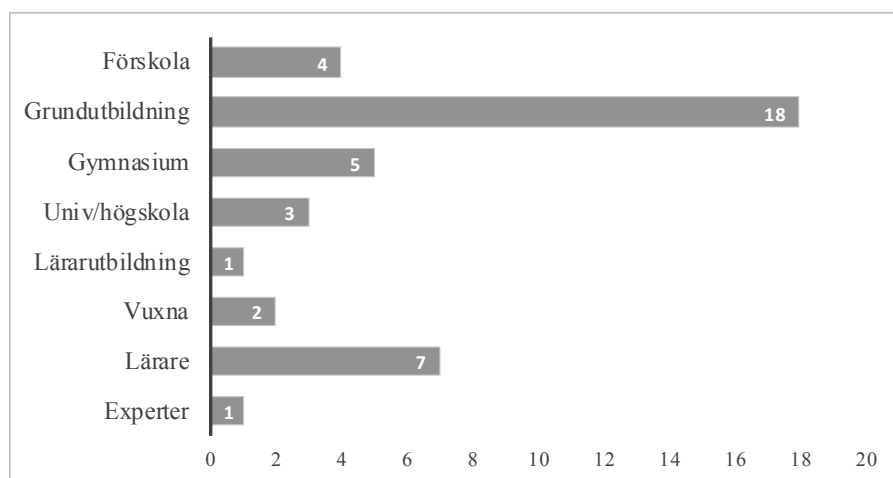
Vi valde ut var 5:e uppsats på NCM:s lista. Urvalet av avhandlingar och rapporter blev till slut 38. Den första är från 1960, den andra från 1973 och den sista är från 2017. För att få en idé om fokus i de olika publikationerna, undersökte vi vilken skolnivå som studerades och om fokus var på innehåll, lärande eller undervisning. Detta gav en första idé om bredden i forskningen, samt en grund för att se på vilket kunskapsintresse som avhandlingarna speglar.

### Studiernas vad och vem – nivå i skolsystemet

Figur 2 visar fördelningen av publikationerna efter deltagarna i studien och/eller utbildningsnivå. Några är medräknade flera gånger, eftersom de behandlade fler än en nivå.

Det är kanske inte överraskande att de första studierna fokuserar på årskurs 1–9, och att detta fokus fortsätter över tid. Totalt studerar 18 av de 38 uppsatserna fokus på grundskolan. En del av dessa fokuserar lärande av specifikt matematiskt innehåll, såsom bråk, som Engström (1997) skriver om; aritmetik, som var Hedenborgs (1999) fokus; problemlösning i matematik som Möllehed (2001) och Taflin (2007) studerar (se också de Ron, 2022); och elevers resonemang inom sannolikhet, som Nilsson (2006) presenterar en avhandling om. Det fanns en del studier av lärares och elevers uppfattningar, t.ex. elevers motivation och självskattning i relation till TIMSS-provet (Eklöf, 2006), vilka uppgifter eleverna upplever som intressanta (Nyman, 2017), och elevers uppfattningar av tal (Ekeblad, 1996). Jämförande studier var inte vanliga, men Hedenborg (1999) studerar barns och vuxnas beräkningar i enkla additions- och subtraktionsuppgifter.

**Figur 2.** Antal avhandlingar i vårt urval fördelat på deltagare och nivå.



**Förskolan** kommer under lupp i och med Neumans studie från 1987 av barn som precis har börjat i skolan. Detta visar på förskolebarns utveckling av talbegreppet med och utan lärares påverkan. Det är intressant att jämföra denna studie med Wallin, Norén och Valero (2022), som visar på spänningarna i att göra matematiken mer explicit i grundskolans fritidshem. Neumans studie är den första i vårt urval som i titeln tillkännager en forskningsansats eller teori —i detta fall fenomenografin. Neumans handledare var Marton, och det var han som sex år tidigare hade introducerat fenomenografin i en artikel i tidskriften *Instructional Science*. Här var doktoranden alltså i framkant.

I vårt urval är det först år 2006 som **gymnasieskolan** kommer i fokus, med Jakobsson-Åhls studie om algebra i gymnasieläroböcker. Efter detta kommer flera studier med fokus på gymnasiet, totalt fem avhandlingar i vårt urval. Sumpters studie (2009) är om matematiska resonemang, känslor och kön. Persson (2007) visar på fem avgörande faktorer för lärande av algebra: förkunskaper, begreppsutveckling, undervisning, tid för lärande, samt intresse, attityder och känslor. En lärandemiljö med dynamiska matematikprogram i kombination med utforskande uppgifter tas upp i Brunströms (2015) studie. Han fann att dessa uppgifter kan stimulera till matematiskt resonemang där ”hypoteser formuleras, undersöks och förfinas i en cyklisk process” (s. 51). En av de mer sällan fokuserade förmågorna tas upp i Frejds (2014) studie om modellering.

**Lärare** är med i knappt en femtedel av uppsatserna i vårt urval, men inte alltid i fokus. Två studier, en av Bentley (2003) och den andra av Palmberg (2014), behandlar relationen mellan styrdokument och undervisning, respektive lärares syn på syftet med undervisningen, medan Becevic (2011) har studerat lärares bedömning och syn på densamma. Han kom fram till ”åtta typer av bedömningsstrategier: den intuitiva, den inväntande, den kontinuerliga, den likvärdiga, den målinriktade, den provinriktade, den undervisningskopplade samt självbedömningsstrategin” (s. v). Det vore intressant att jämföra dessa strategier med det mer kritiska perspektivet i Boistrup (2022), som behandlar bedömningsdiskurser utifrån vilka subjektiviteter elever och lärare erbjuds; vi gissar på att det är annan subjektivitet som framstår i en diskurs som är kopplad till en självbedömningsstrategi än i en diskurs kopplad till en provinriktad strategi.

Jannok-Nutti (2010), som har arbetat utifrån ett lärarperspektiv med transformeringen av undervisningen, tar ett samiskt perspektiv som utgångspunkt, medan lärares och elevers erfarenheter om och uppfattningar av utomhusundervisning tas upp av Fägerstam (2012).

Fyra studier har sett på **universitetsutbildningar**. Ryve (2003) studerar ”matematiskt produktiva diskurser” hos ingenjörstudenter inom linjär algebra och fann att begreppskartor kan främja den matematiska kommunikationen; K. Pettersson (2004) studerar universitetsstudenters resonemang under arbetet med en uppgift som berör funktioner, derivator och induktionsbevis; Hansson (2006) fokuserar på lärarstudenters förståelse för funktionsbegreppet, alltså mer matematisk än didaktisk kunskap, och Viirman (2014) studerar universitetslärares undervisning i funktioner och observerade två olika diskurser —en matematisk och en matematikundervisningsdiskurs.

Detta har gett en första idé om hur studierna fördelar sig över tid, vilka nivåer av skolsystemet som studeras och vad som tas upp i forskningen. I nästa avsnitt presenteras studierna tematiskt utifrån i vilken utsträckning de fokuserar på det matematiska innehållet, på elevers lärande, eller på undervisningen.

## Perspektiv I: Ämne, elever eller lärare

I detta avsnitt har vi kategoriserat avhandlingarna utifrån om de lade fokus på undervisningsinnehållet, elevernas lärande, eller lärarnas undervisning. När det gäller behandling av undervisningsinnehållet i de undersökta avhandlingarna görs detta i relation till både det akademiska ämnet matematik och i relation till kurs- och ämnesplanerna. Studier av *elevers lärande* belyser både hur elever lär sig beroende av hur undervisning organiseras och genomförs samt hur de lär sig matematik utan undervisning. Studierna kring *undervisning* tar upp i stort sett alla aspekter av undervisning, såsom urval och anpassning av innehåll, undervisningsformer, och bedömning. Studier om lärares planering av undervisning saknas. Dock har detta behandlats i en nyligen presenterad avhandling (Grundén, 2020). Nedan hanterar vi dessa ingångar var för sig, även om det finns stora överlappningar.

### Fokus på innehållet i undervisningen

Det är bara fem av avhandlingarna i vårt urval som har ett direkt innehållsfokus. År 1960 presenterar Dahllöf en studie om vad innehållet i matematik ska vara, utifrån vad gymnasiet och tio olika yrken behöver. Intressant, utifrån dagens perspektiv, är enigheten om att eleverna inte behöver lära sig att använda varken räknesticka eller miniräknare och samtidigt är det trist att ’sången’ om elevernas bristande förkunskaper känns igen.

Kristianssons (1979) jämförelse av elevers lärande i relation till de två läroplanerna från 1962 och 1969 visar på skillnader, men drar slutsatsen att det är undervisningen, inte kurs- eller ämnesplanerna, som är avgörande för vad eleverna lär sig. Detta nyanseras 35 år senare av Palmberg (2014) som konstaterade att styrdokument och nationella prov påverkar lärarnas undervisning i liten grad.

Ett mer kritiskt perspektiv på innehållet, och en tydlig markering av hur skolmatematiken inte är en direkt avspeglning av det akademiska ämnet matematik, kom med Jakobsson-Åhls (2006) studie av textböcker. Hon visar att perspektivet på algebra i läromedel har ändrat sig över tid, från fokus på manipulation av algebraiska uttryck över abstrakt algebra till mer användarorienterad algebra. På ett sätt kan man se detta som ändringar i föreställningarna om vad den kompetenta medborgaren måste kunna och vem hen måste vara (se Norén & Valero, 2022). Även om Jakobsson-Åhl skriver att studien kan utgöra en bakgrund för lärares planering, så är syftet med studien inte att förbättra undervisning eller läroplaner, utan att belysa förändringar.

När undervisningsämnet är olikt forskningsämnet, måste ämnet anpassas för att göra det tillgängligt för lärande, det måste undergå en *didaktisk transposition*. Detta omfattar väldigt olika sätt att välja ut, sekvensera, och organisera innehåll, på olika nivåer (se Figur 3).

**Figur 3.** Den didaktiska transpositionsprocessen enligt Bosch och Gascón (2006, s. 56, vår översättning).



Denna transposition av det akademiska ämnet tas också upp Liu (2013), som föreslår ett sätt att göra denna transposition — studien har alltså ett praktiskt ändamål. Men transpositionen är naturligtvis inte enbart en praktisk fråga. Ett exempel här är Wallin m.fl. (2022) som visar hur ett mer explicit krav om matematik i grundskolans fritidshem påverkar vad lärarna tänker på som matematik, och som Pansell (2022) påpekar så påverkar flera faktorer i och omkring utbildningssystemet inte bara vad som prioriteras i undervisningen men också hur.



Didaktisk transposition är centralt i Frejds (2014) studie av modellering utanför och inom skolan. Elever, lärare och modelleringsexperter har olika uppfattningar om modellering. Vidare är hur de arbetar med modellering olika med hänsyn till mål, användning av teknologi, m.m. Transpositionen måste då ses som en simulering av verklig modellering. Vidare föreslår Frejd att de problem som behandlas ska röra ekonomiska eller miljömässiga beslut, för att förbereda eleverna på att vara kritiska inför användningen av matematik, inte minst när det rör beslut i samhället. Det socio-politiska perspektivet kommer således in i de rekommendationer han ger.

Ser man på studierna med fokus på undervisningsinnehåll över tid, är det inte specifikation av innehåll som står centralt, utan en ökad uppmärksamhet på processen att välja ut och anpassa innehåll, med möjligheten att vara mera kritisk över vad som influerar denna process. Idéen om att vara kritisk står kanske bakom uppfattningen att textböcker bör användas mindre i undervisningen, men vad forskningen pekar på är 'endast' att det är viktigt för lärare att uppmärksamma processen och principerna bakom urvalet, sekvenseringen, och presentationen av innehållet. Här synliggörs alltså ett ansvar och en möjlighet för läraren att använda sitt ämnesdidaktiska kunnande.

Ser vi på tvärs över hela urvalet avhandlingar, avspeglar de flesta en nästan obetingad trofasthet mot den existerande skolmatematiken och de gällande styrdokument. T.ex. skrev Palmberg denna rekommendation:

[...] när styrdokument kommunicerar ett nytt och icke-trivialt budskap med avsikten att påverka lärare, är det viktigt att budskapet kommuniceras tydligt. Sådan klarhet gör det svårare för en lärare att tolka budskapet ytligt som att det redan är i överensstämmelse med lärarens tidigare uppfattningar och att det därmed inte föreligger något behov av förändring. (2014, s. iv, vår översättning)

Möjligheten att lärarna medvetet väljer att inte implementera en reform kommer inte upp, och syftet bakom att vilja påverka lärarna behandlas okritiskt i studierna. Man tänker utifrån lydiga lärare —inte helt olikt hur man i nationella rapporter tänker om matematiklärare och deras utbildning (se Österling, 2022). Och häri ligger naturligtvis en motivation för att ta en mer kritisk position, som denna bok försöker att göra.

### Fokus på elevers lärande

Elevers lärande står i starkare fokus i avhandlingarna från början av detta millennium, något som också avspeglas i den internationella forskningen. Samtidigt ses trender i användning av teorier delvis utvecklade

i Sverige —fenomenografi och variationsteori. Spår av den nederländska ”realistisk matematikundervisning” anas i Engströms referens till matematisering, och Ekeblad ser redan år 1996 olika syn hos eleverna som kan jämföras med Dwecks (2006) senare begrepp om ”growth mindset” kontra ”fixed mindset”. Det diskursiva perspektivet på matematik och undervisning kommer in i Bergvalls studie av diskurserna i TIMSS 2016, där hon drar slutsatsen att det matematiska ämnesspråket varierade beroende på matematiskt område, med ämnesspråk mer framträdande i algebra och geometri och mer vardagligt språk mer framträdande i statistik och aritmetik. Färre elever klarade av uppgifter i algebra och geometri när de var formulerade på ämnesspråk.

En del av studierna i vårt urval visar hur elever utvecklar begrepp de behöver för att lösa problem, utan formell undervisning. Trots det går alla dessa studier vidare med att säga något om hur detta kan användas i undervisningen, t.ex. att elevernas begrepp med fördel kan användas som utgångspunkt för undervisning (Neuman, 1987), eller att läraren måste organisera matematikaktiviteter kring elevernas upplevda verklighet (Engström, 1997). Eriksson (2005) presenterar hypotetiska modeller över barns begreppsutveckling och argumenterar för att de fem uppräkningscheman hon identifierade i studien kan användas som utgångspunkt för didaktiska beslut kring bedömning och påverkan av elevers tidiga aritmetiska lärande. Ett ovanligt men intressant perspektiv tas, 2011, av Lindström som använde eye-tracking för att studera vad eleverna fokuserar på i en uppgift. Det visar sig att detta hänger ihop med hur eleverna förstår uppgiften och den skicklighet med vilken de löser uppgiften. I en viss utsträckning tar dessa studier utgångspunkt i kognitiva teorier om lärande, vilket man som lärare/läroarbetsutbildare måste förhålla sig till, när man funderar över resultatens användbarhet.

Elevercentreringen i dessa studier avspeglar sig i idén om ansvar för eget lärande. Kling Sackerud (2009) konstaterar att skolan genomgick tydliga förändringar mot mera individuella arbetsformer. I styrdokumentet har tyngdpunkten ”förskjutits från ett omfattande innehållsperspektiv till ett pragmatiskt, vardagsanknutet och samhällstillvänt perspektiv” (s. 143). Det har skett på bekostnad av [...] det sociokulturella lärandet (s. 144). Vi kan tolka denna utveckling som att det är ett resultat av en ändrad syn på lärande. Men vi skulle snarare se det som en fokusering på att utveckla individer som tar ansvar för sin egen anpassning, inte kritiska medborgare (se också Norén & Valero, 2022).

Två avhandlingar tar upp samspel mellan lärande, undervisning, och attityder och känslor (Persson, 2010; Sumpter, 2009). Som tidigare

nämnts, kommer Persson fram till att fem faktorer är avgörande för lärande av algebra. Hans studie mynnar ut i förslag om att införa algebra tidigare i grundskolan, och att använda teknologiska verktyg för att stärka elevernas begrepps bilder. Sumpters studie avspeglar en process. Först visar hon att för elever som arbetar utan lärare eller hjälpmedel dominerar algoritmiskt tänkande. När hon närmare studerar elevernas formulerade orsaker till sina strategier står trygghet, förväntningar och motivation centralt. Elever och lärare tillskriver pojkar mer självförtroende än flickor generellt, något som inte överensstämmer med elevernas personliga syn på sig själva. Sumpter argumenterar för undervisningsmiljöer som i högre grad stödjer eleverna i att utveckla förväntningar och motivation som främjar matematiskt resonemang.

Om små barns (9 månader – 3 år) lärande uppmärksammar Björklund (2007) att matematik är en nödvändig del av barns vardagliga liv, både i användning och för att ”upprätthålla sociala regler”. Hon ser ”kritiska villkor för att lärande av matematik skall ske: variation, samtidighet, rimlighet och hållpunkt” (sammanfattning). Reis (2011) visar att små barn skiljer ut och behandlar en variationsdimension åt gången. T.ex. har ett ringtorn ett skaft, sex ringar och en knopp. Ringarna har olika storlek och färg — detta är alltså två dimensioner som kan variera med sex olika värden för storlek och detsamma för färg. Små barn behandlar således antingen färg eller storlek för sig.

Några få studier i vårt urval har undersökt faktorer som påverkar elevers problemlösning och prestationer. Möllehed (2001) tar i början av 2000-talet ett kognitivt perspektiv i sin forskning på misstag som begås av åk 4–9 elever då de arbetat med 25 matematiska problem:

Av alla fel, som gjorts av eleverna i alla faktorerna, har de kognitiva faktorerna bidragit med cirka 60%, de matematiska med 25% och den individuella faktorn med 15%. Detta gäller i alla årskurserna. (2001, sammanfattning)

Detta är intressant i ljuset av nyare forskning som tenderar att inte tillägna kognitiva faktorer så mycket vikt (t.ex. Eklöf, 2006; Sumpter, 2009). Samspelet mellan kognitiva, sociala och emotionella dimensioner av lärande behandlas också av Fägerstam (2012) i relation till utomhusundervisning, som hon konstaterar ger likvärdiga eller mer utvecklade kunskaper.

Övergripande ser det ut som om den svenska forskningen först och främst har haft ett kognitivt perspektiv på elevers lärande i matematik, men också att den i någon utsträckning har omfattat emotionella aspekter, medan de sociala och kulturella perspektiven inte verkar

ha fått samma uppmärksamhet. Gemensamt för dessa studier är att uppmärksamhet riktas mot hur elever lär sig som utgångspunkt för lärarens informerade didaktiska val. Andra studier fokuserar direkt på undervisningen och det är dessa vi behandlar i nästa avsnitt.

### Fokus på undervisningen

Alla studier som tar upp undervisning pekar på just undervisning som en viktig faktor för elevers lärande. Några saker som studierna kommer fram till som avgörande är hur kurs- respektive ämnesplaner realiseras, vilka misstag eleverna gör, hur förskolebarns experimenterande och teckenskapande aktivitet kan stödjas, hur matematiska begrepp bildas, samt undervisning som kan stärka elevernas engagemang.

Flera studier i vårt urval handlar, som redan nämnts, om den didaktiska transformationen av innehållet. Det är aldrig möjligt att helt efterhärma matematikernas matematik eller praktiska användningar av matematik i undervisningen, och därför är det nödvändigt att ta ställning till vad denna transformation prioriterar och med vilka syften.

När det kommer till uppgifter och aktiviteter, så visar både Palm (2002) och Brunström (2015) att utforskande uppgifter tillsammans med dynamiska matematikprogram kan stimulera elever till resonemang där hypoteser formuleras, undersöks och förfinas men ofta utan matematiskt grundade förklaringar. Det ger anledning till flera frågor om hur man designar uppgifter för att främja ett mer matematiskt grundat resonemang. Palm visar också på ett samband mellan autenticiteten av problemlösningsuppgifter och elevernas lösningar. 2015 ser Harvard Maare specifikt på aktiviteter som elever kunde använda på egen hand på fritidshemmet och vad som krävdes för att eleverna skulle engagera sig i aktiviteterna och samtidigt lära sig något, medan Nyman (2017) undersöker vilka uppgifter eleverna fann intressanta. Löthman (1992) jämför uppfattningar om undervisning och lärande hos elever på högstadiet och deras lärare, samt hos vuxna i kommunal vuxenutbildning (Komvux) och deras lärare. Löthman sammanfattar att eleverna upplevde att undervisningen är procedurorienterad, medan deras lärare menade den är riktad mot förståelse. Vidare menade eleverna på Komvux att undervisningen är riktad mot förståelse, medan deras lärare menade att den är riktad mot procedurer. Skulle vi få samma resultat idag?

Få studier i vårt urval studerar resultatet av interventioner, men exempel på det är att gemensam konstruktion av begreppskartor kan

stötta ingenjörstudenter i att använda en matematiskt produktiv diskurs (Ryve, 2003). I ett annat exempel som fokuserar användning av rika problem i undervisningen konkluderar Taflin (2007) att det är lärarens sätt att introducera problem och att avsluta lektioner som är betydelsefullt.

Det finns också studier i vårt urval som ser mer övergripande på olika sätt att förbättra undervisningen, som Perssons (2012) studie av algebralärande. Han avslutar med att föreslå lärare tillvägagångssätt för lokala utvecklingsarbeten, dvs. här kommer idén om läraren som producent av didaktisk kunskap i spel. Aktionsforskning är ett sätt att göra detta på, och det användes av Jannok Nutti (2010) i ett projekt om samisk matematikundervisning, som dock visar på att ”Genomförandet innebar en rekontextualisering av samisk kultur för utbildning i matematik som synliggjorde en distans mellan samiska traditionella kunskaper och skolkunskap” (2010, sammanfattning).

### Trender i studiernas fokus

Utan att generalisera mot bakgrund av ett begränsat urval ser vi några ’trender’ som växer fram över tid bland publikationerna. Från 1960 fram till 1979, är fokus på övergripande ’riktlinjer’ för ämnesinnehåll samt organisation och utveckling av undervisning. Författarna under denna tidsperiod verkar vilja presentera en modell för undervisning i matematik som fungerar och göra klart vilket matematiskt innehåll som bör behandlas. Känslan i denna läsning är att det finns undervisningsmetoder och matematikinnehåll som bör kunna fungera i alla klassrum.

Det verkar som om senare doktorander har önskat utmana denna övergripande syn på matematikundervisning. Vi ser nämligen att avhandlingarna fram till 1996 har ett starkare individperspektiv. Det handlar nu mer om elevers lärande i, uppfattningar om och upplevelser av matematikämnet. Inom detta perspektiv beforskar doktoranderna tidigt hur elever lär sig matematik, vilket vi ser hos både Löthman (1992) och Ekeblad (1996). En förändring i individperspektivet sker därefter, med en vilja att undersöka elevers tänkande och strategier för att lösa uppgifter i matematik. Det kognitiva perspektivet får här en tydlig koppling till ett specifikt matematikinnehåll, såsom bråk, aritmetik eller problemlösning. Förutom en strävan att förstå elevers tänkande syns även i denna tidsperiod en vilja att förstå elevers lärande i relation till uppgiften. Ämnesdidaktiken får således en allt större plats.

Efter 2002 kan vi inte längre betrakta elevfokus som en trend, utan en självklar del i de uppsatser vi har studerat. Vad vi däremot kan se är att det finns ett tydligt matematikdidaktiskt fokus i alla studier och att ögonen nu vänds mot lärare för att de ska utveckla sin undervisning. Här kommer också bedömning in, lite smygande, då läraren måste förstå vad en elev behöver för stöd för att kunna gå vidare i sitt lärande. En av uppsatserna, skriven av Eriksson (2005), tar exempelvis fram en modell för barns begreppsutveckling inom aritmetik. Den är tydligt adresserad till läraren för att kunna fatta didaktiska beslut, bedöma och påverka elevens tidiga lärande i aritmetik.

De åtta uppsatser som publicerades under perioden 2006 till 2008 lyfter fram matematiken i relation till eleven tydligare. Som exempel på detta kan nämnas Taflin (2007) som presenterar en studie om hur rika matematiska problem skapade möjligheter till lärande i matematik och vilka matematiska idéer som lärare och elever använder sig av i problemlösningsarbetet. Intressant för denna tidsperiod är författarnas fokus på elevers resonemang och attityder till matematiken de ska lära sig. Det betyder att undervisningen i matematik nu inte enbart presenteras som fungerande modeller för undervisning eller beskrivningar av elevers matematiska utveckling. Istället betonas att undervisningens upplägg och innehåll ska ge goda möjligheter till lärande genom matematiska samtal mellan lärare och elever, men också att elevers känslor inför matematiken spelar stor roll för lärandet. Vad som dock blir tydligt under denna period —och som fortsätter i de kommande avhandlingarna fram till 2017— är att klassrummet har blivit en arena för forskningsstudier i matematikdidaktik genom exempelvis lesson- och learning studies.

Skall vi säga något övergripande utifrån dessa studier, så är det att det finns många sätt för läraren att arbeta didaktiskt, men det är i relationen mellan elever, lärare, innehåll, uppgifter, material och undervisningens specifika syften som både möjligheter och begränsningar för lärande skapas. Det är inte möjligt att dra slutsatser om vad den bästa undervisningen är, utan dessa studier pekar på vikten av att fatta didaktiska val. För att sådana val kan vara välgrundade, måste de baseras på principer från didaktisk och pedagogisk kunskap, som kan användas både till att identifiera ett problem och att lösa detta. Forskningen ger dock inga enkla lösningar på hur olika hänsyn bör balanseras i olika didaktiska val.

Denna genomgång av avhandlingarna utifrån olika perspektiv har också förtydligat hur studierna har olika syften, från att vilja föreskriva

innehåll eller undervisningsmetod, över idén att vilja förstå sammanhang och därmed bättre ingå i dialog om dem, till att vilja avtäcka det förgivettagna. Vi ser i detta en parallell till Habermas (1968/1987) idé om kopplingen mellan intressen och kunskap. Detta använder vi i den följande analysen av avhandlingarna.

## Perspektiv II: Kunskapsintressen

Ju mer vi läser om idéerna från filosofen och sociologen Habermas, desto mer kan vi känna igen deras inflytande på vårt tänkande. Under större delen av sitt liv var han upptagen av frågor om demokrati, förståelse genom kommunikation, och relationen mellan kunskap och mänskliga intressen. Det är den sista av dessa frågor vi kommer att ta upp här, baserat på *Erkenntnis und Interesse* i engelsk översättning (1968/1987). Även om vi bara berör idéerna övergripande, och inte kan gå in på kritik eller senare utveckling av dem, så kan vi ana kopplingar till visionen om en deliberativ eller diskursiv demokrati där processen att förstå varandra ges stor vikt. Vi kan också se kopplingar till den universella pragmatismen som behandlar hur vi uppnår en gemensam förståelse genom kommunikation; och till idén om att kommunikation är ett handlande, med insikter och effekter som inbegriper innehållet i det sagda.

Habermas kritiserar naturvetenskap och teknik för den ideologiska funktion dessa får, när frågor om det goda livet reduceras till tekniska problem (Stanford EoP, 2014). Det döljer värden som ligger bakom politiska beslut, och gör expertis till ideologi. Exempelvis kan man tänka på ideen om att den globala uppvärmningen och dess konsekvenser kan begränsas med hjälp av tekniska lösningar —att det handlar om att skapa elektriska flygplan och bygga atomkraftverk eller vindkraftsparker utan att behöva ändra beteende. Den ideologiska funktionen av naturvetenskap och teknik är dock inte kopplad till något bestämt politiskt eller ekonomiskt system, menar Habermas (Stanford EoP, 2014). Vidare framför han att även annan kunskap och vetenskap är knuten till intressen. Habermas jämför med rationalisering på individnivå, där vi tillskriver våra handlingar motiverande bevekelsegrunder i stället för de verkliga (t.ex. när jag sticker en mössa till min fru med argumenten att det behöver hon verkligen, för att jag inte förmår att sticka strumporna hon har önskat sig). ”Det som kallas rationalisering på denna nivå kallas ideologi på nivån för kollektivt handlande” (1968/1987, appendix, del VI, vår översättning).

Det fundamentala påståendet är alltså att det finns en koppling mellan kunskap och intressen —inte individens intressen, utan universella mänskliga intressen eller förhållningssätt. Habermas kommer fram till att det är tre sådana universella intressen, som tar utgångspunkt i att människor säkrar sin existens genom arbete, kommunicerar med hjälp av språk, och ingår i ett samspel mellan individ och grupp:

De specifika förhållningssätt från vilka vi, med transcendental nödvändighet, uppfattar verkligheten, omfattar tre kategorier av möjlig kunskap: information som utökar vår makt över teknisk kontroll; tolkningar som möjliggör anpassning av handlingar inom gemensamma traditioner; och analyser som friar medvetandet från sitt beroende av makt som representeras som verklig. Dessa förhållningssätt härstammar i intressestrukturen för en art som i sina rötter är knuten till etablerade former för social organisation: arbete, språk och makt. (Habermas, 1968/1987, appendix, del VI, vår översättning)

Grundat i olika aspekter av vår sociala existens —arbete, interaktion och makt— ser Habermas sålunda tre kategorier av intressen, som konstituerar vad vi ser som kunskap. Dessa intressen bestämmer hur vi kommer fram till kunskap och om påståenden kan underbyggas och accepteras. Naturvetenskaperna gör vardagens instrumentella handlingar till den experimentella metoden, och de övriga vetenskaperna utsätter vardaglig interaktion för motsvarande metodologisk disciplinering (Stanford EoP, 2014). De framstår därmed som opartiska, men Habermas insisterar att det är intressen som konstituerar forskningens möjliga objekt. Vi behandlar nu dessa tre kunskapsintressen mer ingående.

Det första intresset —ibland kallat det instrumentella intresset— ses ofta som grund för naturvetenskaperna med sin tekniska rationalitet och intresse i att kunna beskriva förhållanden tillräckligt bra för att förutse och styra situationer. Det avgörande blir i vilken utsträckning kunskapen bidrar till kontroll av verkligheten (MacIssac, 1996); det är grunden för instrumentella handlingar som hjälper oss i vårt *arbete*. Därför menar vi att det instrumentella intresset också kan visa sig inom didaktisk och pedagogisk forskning om denna fokuserar på effektivitet och produktion av påståenden om hur observerbara händelser samvarierar, för att göra någon grad av profetia möjlig och därmed styra mot någon form av 'optimalt' lärande och 'den mest effektiva' undervisningen; en syn som också är tydlig i nationella rapporter om lärarutbildning (Österling, 2022).

Det historiskt-hermeneutiska eller praktiska kunskapsintresset i att förstå sammanhang ses oftast som karakteristiskt för humanvetenskaperna och är kopplat till interaktion och *kommunikation*. Sociala



normer är konsensusriktade, och dessa normer styr vad som accepteras som relevant kunskap. Om en handling är lämplig avgörs av om betingelserna för kommunikation och intersubjektivitet —ömsesidig förståelse— är klarlagda eller förtydligade. Didaktisk forskning som fokuserar på att tydliggöra betingelserna för interaktion i matematikundervisningssammanhang anser vi därför som tillhörande detta intresse.

Slutligen handlar det emancipatoriska kunskapsintresset om att rikta uppmärksamhet på oförutsägbarheten och föränderligheten av den sociala världen och därmed sociala alternativ och ändringar av *makt*-relationer, något som oftast associeras mer med socialvetenskaperna. Det innebär en kunskap om ens egen historia, ens positionering, förväntningar i ens sociala sfär, och att förstå djupare eller bakomliggande orsaker. Didaktisk och pedagogisk forskning inom detta intresse får ofta en mer sociologisk orientering, exempelvis med fokus på maktrelationer som avspeglar sig i och reproduceras genom matematikundervisningen och den historia som ligger bakom att dessa relationer får fäste. Detta fördjupas senare. Vi refererar till de andra kapitlen i denna bok för exempel på både maktrelationerna och historien bakom dessa (t.ex. Lundin & Storck-Christensen, 2022; Österling, 2022).

I de tidigare delarna i kapitlet började vi att ana att några studier är mera kritiska än andra i sin ansats. Vi kan nu använda dessa tre kunskapsintressen som ett ytterligare sätt att kategorisera studierna. Här är det på sin plats, tycker vi, att poängtera att vi inte ser kunskapsintressen som placerade i en hierarki, men att det är av relevans att urskilja vilka intressen som ligger bakom en studie för att kunna förhålla sig till hur denna relaterar till praktiken.

### Kunskapsintressen i uppsatserna

Didaktisk forskning som riktar sig mot att hitta den bästa möjliga undervisningen, den bästa möjliga kommunikationen av styrdokument till lärare, den optimala lärarkunskapen, etc., ser vi avspeglar det första av Habermas kunskapsintressen. 24 av de 38 avhandlingar vi studerade hade detta som helt eller delvis, tydligt eller underliggande syfte. Även syftet i en så poetiskt betitlad uppsats som Ungas (2013) —*Det är en spricka i allt, det är så ljuset kommer in...: Matematik och förskolebarns experimenterande och potentialitet*— kan uppfattas på detta sätt, vilket avspeglas i följande citat:

att experimentera och utforska hur barns engagemang och kreativitet kan tas tillvara, *samtidigt* med att barnen kan utveckla sina kunskaper kring matematikens värld med dess procedurer och regler (2013, s. 74)

Detta handlar om att ta vara på något som inte så lätt styrs och kontrolleras, samtidigt som barnen lär sig, men syftet är att förstå hur något kan göras, så att det kan realiseras i praktiken. Detsamma kan sägas om Harvard Maares (2015) avhandling om design för kamratlärande, även om studien har ett jämlikhetsperspektiv som motiv för undersökningen och om Nymans (2017) studie om elevers intresse och engagemang i matematikundervisningen.

Ett hermeneutiskt kunskapsintresse såg vi avspeglat i nästan lika många avhandlingar. Ett exempel är Bergvalls (2016) studie av ämnesspråk i TIMSS, som beskriver de olika ämnesspråken och hur tillgängliga de är för eleverna. Ekeblads (1996) studie av variationen i hur årskurs 1-elever upplever aritmetisk lärande respektive tal ser vi också som ett nycklexempel på en förståelseinriktad studie.

Däremot har vi bara hittat sju studier med ett helt eller delvis emancipatoriskt kunskapsintresse, även om detta naturligtvis kan vara ett resultat av urvalsprocessen. Eftersom det är detta intresse som bidrar till att se både undervisning och forskning i ett sociopolitiskt perspektiv, vilket är temat för denna bok, vill vi ändå diskutera dessa mer ingående. Som framgår, är detta studier som publicerats efter 2005. Internationellt beskrivs en sociopolitisk vändning (Valero, 2004), men givet att det kritiska perspektivet har varit väl representerat i Skandinavien länge (Christiansen, 1996; Mellin-Olsen, 1987; Niss, 1984; Skovsmose, 1984), är detta resultat anmärkningsvärt.

Den första studien i vårt urval som uppvisar aspekter av ett emancipatoriskt kunskapsintresse anser vi vara Jakobsson-Åhls (2006) studie av algebra i textböcker. Denna studie visar tydligt hur det inte är givet vad matematikundervisningens innehåll ska vara. Det är alltså inte ämnet i sig själv som avgör matematikundervisningsinnehållet, utan något som förhandlas och är under politiskt inflytande.

Vi har också tidigare nämnt Kling Sackeruds studie från 2009 om elevers möjlighet att ta ansvar för sitt eget lärande. Hon dissekerar hur mål för grundskolan i styrdokument beskriver elevers förmågor och möjligheter att ta ett sådant ansvar, att vara aktivt involverade och influera sitt eget lärande, men också de sociala omständigheter som påverkar elevernas möjligheter till lärande. På ett sätt utmanar detta föreställningen om att alla elever ska ta samma ansvar, eller undervisas på samma sätt (Se också Hansson, 2012).

Frejd (2014) såg på modellering i undervisningen, men inte bara på den didaktiska transpositionen från 'riktig' modellering till skolans version av densamma, utan också på hur valet av modelleringsproblem

kan förbereda eleverna för aktivt deltagande som kritiska samhällsmedborgare; något som också problematiseras i Straehler-Pohl (2022). Detta är alltså en studie som undersöker både vad som händer i processen att ta in något nytt i undervisningen och hur innehållet kan kopplas till ett emancipatoriskt kunskapsintresse.

Ett emancipatoriskt perspektiv anas också i Bergvalls studie från 2016 av de olika ämnesspråken i TIMSS, eftersom det visar på att tillgängligheten till innehållet är olika för olika elever beroende på hur hemma de känner sig i ämnesdiskursen.

Ett par av studierna i vårt urval har ett mer eller mindre tydligt jämlikhetsperspektiv. Det gäller t.ex. Sumpters (2009) studie som ser på affekt i relation till kön och problemlösning, och —med ett än tydligare emancipatoriskt fokus— Jannok-Nuttis (2010) studie som fokuserar transformation av matematikinnehållet mot en samisk utgångspunkt för matematikundervisningen.

Centralt placerad inom detta kunskapsintresse —eftersom författaren själv positionerar sig som kritisk, och eftersom relevansen av matematik i skolan bestrids— står Lundins avhandling från 2008 med sin ”analys av den svenska skolmatematikens förhistoria, uppkomst och utveckling” (Avhandlingens titel). I avhandlingen argumenterar han för att skolmatematiken är något helt annat än den elementära aritmetik som han anser borde vara en del av gemensam kunskap. Skolmatematiken

[...] är alldeles ideologiskt och spelar en central roll i samhället, främst genom att få de sociala effekterna av matematikutbildningen – att hålla barnen borta från produktionen samtidigt som de sorteras – till att framstå som något annat, nämligen som oftast misslyckade försök att ge barnen en nödvändig matematisk kunskap. (2008, sammanfattning, vår översättning)

Lundin utmanar syftet med matematikundervisningen, och det har han fortsatt med i kapitlet i denna bok tillsammans med Storck-Christensen (2022). Relevansen av innehållet —utöver den elementära aritmetiken— ifrågasätts. Undervisningen och även forskningen är enligt Lundin med i skapandet av myten om att matematik är användbart (se också Dowling, 1998). Lundin hävdar även att vanliga undervisningspraktiker inte har sitt ursprung i vad som främjar lärande. Som ett exempel kopplar Lundin tyst räkning till att flera barn kom i skola och skulle styras.

Forskning som Lundins (2008) pekar på att reproduktionen av samhället —och därmed också ojämlikheten— inte enbart sker genom

strukturella, institutionaliserade, historiska krafter, utan genom interaktioner på alla nivåer. Det blir nödvändigt att undersöka hur detta sker, helt konkret, om något hopp om frigörelse ska existera, som i studier som beskriver hur försök att inkludera också kan exkludera (se Källberg, 2018; Bagger, 2022) eller hur diskriminering sker omedvetet (Hinnerich, Höglin & Johannesson, 2015).

Vad betyder då detta? Är det fram med kvasten och städa ut matematiken grundligt och för gott ur skolan, som gäller? Säger vi *'neeej!!!'* bara för att vi är matematiklärare och lärarutbildare som inte vill stå utan jobb? Är det enda alternativet för utbildningsforskningen att välja mellan svart och vitt, som Young beskriver det nedan?

Vid den tidpunkten i Storbritannien, efter mer än ett årtionde av Thatcherpolitiken, verkade det enda alternativet för utbildningsforskning antingen vara att acceptera en ständigt ökad marknadsföring av alla aspekter av utbildningen eller de alltmer sällsynta formerna av poststrukturalistisk kritik. Det sistnämnda har nyligen kännetecknats av Lena Felski (2015), som erbjudande lite mer än en ”misstänklighetens semantik”, som anser att allt som verkar gott måste exponeras som (i verkligheten) dåligt och ännu ett uttryck för nyliberal kapitalism. (Young, 2018, s. 252, vår översättning)

Eller kan detta nyanseras utan att förlora det emancipatoriska kunskapsintresset? Kanske det är mer nyanserat och komplicerat än att man så skarpt måste välja sida inom både forskning och undervisning. Skolan är inte bara myter, sortering och bevarande. Den är också utbildning, uppfostran och stödande —när den fungerar. Kunskap är inte bara legitimering av en existerande samhällsorganisation. Den är legitimerad på andra sätt —även om dessa naturligtvis kan utmanas och alltid är kopplade till kunskapsintressen, om vi ska tro Habermas. Uppmärksamheten på dessa intressen och relaterade ideologier är i sig själv en del av det emancipatoriska intresset.

Även om skolan har som en av flera funktioner att ge elever tillgång till generell och kontextoberoende kunskap, så är det dock inte en neutral uppgift —som man ibland kan få intryck av när man läser en del av avhandlingarna. För det första är det fortfarande val av vad som räknas som kunskap både i akademien och i skolan. För det andra är det inte alla som ges samma möjlighet att anamma denna kunskap. Och för det tredje är organiseringen av innehåll och form avgörande för vilka elever som lär vilka aspekter av kunskapen —speciellt vem som blir konsument och vem som blir utvecklare av kunskap. Det är sådana saker som tas upp i t.ex. det afrocentriska paradigmet (Mkabela, 2005), och av Foucault och Bernstein (Se gärna Gellert, Barbé & Espinoza, 2013).

## Avrundning

Vad ska vi svara den (o)dugliga läraren på frågan om undervisningsmetoder som är vetenskapligt utprovade och vad forskning säger hur de ska användas? De avhandlingar vi tittat närmare på utgör endast ett begränsat urval och vi kan inte hävda att de trender vi identifierat skulle representeras på samma sätt om urvalet var större eller annorlunda fördelat över tid. De slutsatser vi drar i denna framställning och våra svar till läraren är alltså relaterade till urvalet av forskningsstudier. Ändå tycker vi oss ha sett några intressanta saker i det aktuella materialet.

Visst kan forskningen erbjuda vissa förslag på hur undervisningen kan bedrivas, men mycket av den forskning vi studerat håller sig inom ett trofasthetsperspektiv, dvs forskning som inte ifrågasätter utbildningens utformning i grunden, utan syftar till att undersöka hur justeringar i redan befintlig struktur kan leda till utveckling av undervisning och lärande i matematik. Sådana förslag måste alltid ses i relation till vad man ser som det övergripande syftet med undervisningen — dvs. de hänger ihop med olika kunskapssyn, utbildningsideal och medborgarideal.

När Skolverket tolkar att ”arbetet i skolan ska präglas av ett vetenskapligt förhållningssätt och kunskaper som grundar sig på relevant forskning och beprövad erfarenhet” som att

detta innebär en medveten och systematisk strävan att utifrån bästa möjliga vetenskapliga grund utforma utbildningens innehåll, välja undervisningsmetoder och stödinsatser utifrån hur väl de fungerar och hur effektiva de är för att elevernas kunskapsresultat ska främjas (Skolverket, 2013a, s. 172 i SOU 2017:35)

så ser vi det som avspeglande av ett tekniskt-rationellt kunskapsintresse, som inte stämmer med SOUs egen tolkning — jämför med citatet i början av detta kapitel. Detta i sig borde ge anledning till eftertanke hos forskare och lärare.

Ibland bidrar forskningen mer med en förståelse för hur undervisning och lärande pågår, som det då är upp till läraren att förhålla sig till. Där finns inga svar som ger anledning till att besluta varken vilken beprövad erfarenhet läraren vill basera sin undervisning på, eller på vilket sätt detta kan omsättas till praktiken.

Slutligen tar forskningen rollen att utmana och peka på det vi inte ser och kanske inte alltid vill se, nämligen hur läraryrket alltid befinner sig inom ramarna för en kompromiss mellan olika idéer om vad skolan bör reproducera och vad den bör förnya. Forskningen säger således

inte något om vad som är bäst att göra i en given situation, men den utmanar —ibland— till att tänka djupare och reflektera över effekterna av handlingar.

Vi kan alltså inte ge den (o)dugliga läraren ett entydigt svar på hur hen ska använda forskningen. Istället vill vi peka på att forskningen i sig själv inte är neutral och avspeglar olika kunskapsintressen, som därför måste övervägas när man interagerar med forskningsresultat. Att göra sådana överväganden kan kännas väldigt krävande, och det är ett stort ansvar för varje lärare att göra sådana överväganden som bakgrund för medvetna beslut i sin praktik. Samtidigt är det den andra sidan av den frihet som den professionella läraren måste kräva. Och även om det inte alltid känns bra eller enkelt, är det kanske inte så illa?

## Referenser

- Bagger, A. (2022). Provgivande med flerspråkiga provdeltagare – Styrningen av nationella prov i matematik. I P. Valero, L.B. Boistrup, I.M. Christiansen, & E. Norén (Red.), *Matematikundervisningens sociopolitiska utmaningar* (s. 101–128). Stockholm University Press. <https://doi.org/10.16993/bcc.f>
- Becevic, S. (2011). *Klassrumsbedömning i matematik på gymnasieskolans nivå*. [Licentiatuppsats, Linköpings universitet]. <https://www.diva-portal.org/smash/record.jsf?pid=diva2%3A439814>
- Bentley, P.-O. (2003). *Mathematics teachers and their teaching*. [Avhandling, Göteborgs universitet].
- Bergvall, I. (2016). *Bokstavligt, bildligt och symboliskt i skolans matematik: – en studie om ämnesspråk i TIMSS*. [Doktorsavhandling, Uppsala universitet]. <https://www.diva-portal.org/smash/record.jsf?pid=diva2%3A919791>
- Björklund, C. (2007). *Hållpunkter för lärande: småbarns möten*. Åbo Akademis förlag.
- Boistrup, L.B. (2022). Sålla agnarna från vetet – Kritiska perspektiv på bedömning i matematik. I P. Valero, L.B. Boistrup, I.M. Christiansen, & E. Norén (Red.), *Matematikundervisningens sociopolitiska utmaningar* (s. 129–155). Stockholm University Press. <https://doi.org/10.16993/bcc.g>
- Bosch, M. & Gascón, J. (2006). Twenty-five years of the didactic transposition. *ICMI Bulletin*, 58, 51–65.
- Brunström, M. (2015). *Matematiska resonemang i en lärandemiljö med dynamiska matematikprogram*. [Doktorsavhandling, Karlstads universitet]. <https://www.diva-portal.org/smash/record.jsf?pid=diva2%3A784065>

- Christiansen, I.M. (1996). *Mathematical modelling in high school: From idea to practice*. [Doktorsavhandling, Aalborg universitet].
- Dahllöf, U. (1960). *1957 års skolberedning. Kursplaneundersökningar i matematik och modersmålet empiriska studier över kursinnehållet i den grundläggande skolan* (Statens offentliga utredningar, 1960:15). Stockholms högskola.
- de Ron, A. (2022). Problem i matematiken – Diskursiva sanningar om matematikundervisningens varför och hur? I P. Valero, L.B. Boistrup, I.M. Christiansen, & E. Norén (Red.), *Matematikundervisningens sociopolitiska utmaningar* (s. 69–99). Stockholm University Press. <https://doi.org/10.16993/bcc.e>
- Dowling, P. (1998). *The sociology of mathematics education: Mathematical myths/pedagogic texts*. Falmer Press.
- Dweck, C.S. (2006). *Mindset: The new psychology of success*. Ballantine Books.
- Ekeblad, E. (1996). *Children – learning – numbers. A phenomenographic excursion into first-grade children's arithmetic*. [Avhandling, Göteborgs universitet].
- Eklöf, H. (2006). *Motivational beliefs in the TIMSS 2003 context: Theory, measurement and relation to test performance*. [Doktorsavhandling, Umeå universitet]. <https://www.diva-portal.org/smash/record.jsf?pid=diva2%3A144535>
- Engström, A. (1997). *Reflective thinking in mathematics. About students' constructions of fractions*. [Doktorsavhandling, Lunds universitet].
- Eriksson, G. (2005). *Tidig aritmetisk kunskapsbildning: Ett radikal-konstruktivistiskt perspektiv*. [Doktorsavhandling, Stockholms universitet]. <https://www.diva-portal.org/smash/record.jsf?pid=diva2%3A192591>
- Erlwanger, S.H. (1973). Benny's conception of rules and answers in IPI mathematics. *Journal of Children's Mathematical Behavior*, 1(2), 7–26
- Frejd, P. (2014). *Modes of mathematical modelling: An analysis of how modelling is used and interpreted in and out of school settings*. [Doktorsavhandling, Linköpings universitet]. <https://www.diva-portal.org/smash/record.jsf?pid=diva2%3A690259>
- Fägerstam, E. (2012). *Space and place: Perspectives on outdoor teaching and learning*. [Doktorsavhandling, Linköpings universitet]. <https://www.diva-portal.org/smash/record.jsf?pid=diva2%3A551531>
- Gellert, U., Barbé, J., & Espinoza, L. (2013). Towards a local integration of theories: Codes and praxeologies in the case of computer-based

- instruction. *Educational Studies in Mathematics*, 82, 303–321. <https://doi.org/10.1007/s10649-012-9427-5>
- Grundén, H. (2020). *Mathematics teaching through the lens of planning – actors, structures, and power*. [Doktorsavhandling, Linnéuniversitetet]. <https://www.diva-portal.org/smash/record.jsf?pid=diva2%3A1461050>
- Habermas, J. (1968/1987). *Knowledge and human interests* (J.J. Shapiro, översättare). Beacon Press.
- Hansson, Å. (2012). *Ansvar för matematiklärande. Effekter av undervisningsansvar i det flerspråkiga klassrummet*. [Doktorsavhandling, Göteborgs universitet].
- Hansson, Ö. (2006). *Studying the views of preservice teachers on the concept of function*. [Doktorsavhandling, Luleå tekniska universitet]. <https://www.diva-portal.org/smash/record.jsf?pid=diva2%3A319554>
- Harvard Maare, Å. (2015). *Designing for peer learning: Mathematics, games, and peer groups in leisure-time centers*. [Doktorsavhandling, Lunds universitet]. <https://www.diva-portal.org/smash/record.jsf?pid=diva2%3A1404350>
- Hedenborg, M.L. (1999). *Cognitive strategies in simple addition and subtraction: Process models based on analyses of response latencies and retrospective verbal reports*. [Doktorsavhandling, Stockholms universitet]. <https://www.diva-portal.org/smash/record.jsf?pid=diva2%3A454376>
- Hinnerich, B.T., Höglin, E., & Johannesson, M. (2015). Discrimination against students with foreign backgrounds: Evidence from grading in Swedish public high schools. *Education Economics*, 23(6), 660–676. <https://doi.org/10.1080/09645292.2014.899562>
- Jakobsson-Åhl, T. (2006). *Algebra in upper secondary mathematics: a study of a selection of textbooks used in the years 1960–2000 in Sweden*. [Licentiatuppsats, Luleå tekniska universitet]. <https://www.diva-portal.org/smash/record.jsf?pid=diva2%3A991357>
- Jannok-Nutti, Y. (2010). *Ripsteg mot spetskunskap i samisk matematik: lärares perspektiv på transformeringsaktiviteter i samisk förskola och sameskola*. [Doktorsavhandling, Luleå tekniska universitet]. <https://www.diva-portal.org/smash/record.jsf?pid=diva2%3A991714>
- Jonsson, K.G. (1919). *Undersökningar rörande problemräkningens förutsättningar och förlopp*. [Avhandling, Uppsala universitet].
- Kling Sackerud, L. (2009). *Elevers möjlighet att ta ansvar för sitt lärande i matematik: En skolstudie i postmodern tid*. [Doktorsavhandling, Umeå universitet]. <https://www.diva-portal.org/smash/record.jsf?pid=diva2%3A272715>



- Kristiansson, M. (1979). *Matematikkunskaper Lgr62, Lgr69/Knowledge of mathematics curriculum 62, curriculum 69*. [Doktorsavhandling, Göteborgs universitet].
- Källberg, P.S. (2018). *Immigrant students' opportunities to learn mathematics: In(ex)clusion in mathematics education*. [Doktorsavhandling, Stockholms universitet]. <http://www.diva-portal.org/smash/record.jsf?pid=diva2%3A1177002>
- Larsson, I. (1973). *Individualized Mathematics Teaching. Results from the IMU Project in Sweden*. [Doktorsavhandling, Lund Universitet].
- Lindström, P. (2011). *Understanding as experiencing a pattern*. [Avhandling, Lunds universitet].
- Liu, Y. (2013). *Syllogistic analysis and cunning of reason in mathematics education*. [Doktorsavhandling, Karlstads universitet]. <https://www.diva-portal.org/smash/record.jsf?pid=diva2%3A619832>
- Lundin, S. (2008). *Skolans matematik: en kritisk analys av den svenska skolmatematikens förhistoria, uppkomst och utveckling*. [Doktorsavhandling, Uppsala universitet]. <https://www.diva-portal.org/smash/record.jsf?pid=diva2%3A172874>
- Lundin, S. & Storck-Christensen, D. (2022). Skolmatematiken är en bönesnurra – En ritualteoretisk tolkning av skolmatematikens samhällsfunktion. I P. Valero, L.B. Boistrup, I.M. Christiansen, & E. Norén (Red.), *Matematikundervisningens sociopolitiska utmaningar* (s. 235–256). Stockholm University Press. <https://doi.org/10.16993/bcc.k>
- Löthman, A. (1992). *Om matematikundervisning – innehåll, innebörd och tillämpning: en explorativ studie av matematikundervisning inom kommunal vuxenutbildning och på grundskolans högstadium belyst ur elev- och lärarperspektiv*. [Doktorsavhandling, Uppsala Universitet].
- MacIsaac, D. (1996). *The critical theory of Jurgen Habermas*. <http://physicsed.buffalostate.edu/danowner/habcritthy.html>
- Marton, F. (1981). Phenomenography—describing conceptions of the world around us. *Instructional science*, 10(2), 177–200. <https://doi.org/10.1007/BF00132516>
- Mellin-Olsen, S. (1987). *The politics of mathematics education*. Kluwer Academic Publishers.
- Mkabela, Q. (2005). Using the afrocentric method in researching indigenous African culture. *The qualitative report*, 10(1), 178–189.
- Möllehed, E. (2001). *Problemlösning i matematik: en studie av påverkansfaktorer i årskurserna 4–9*. [Doktorsavhandling, Malmös lärarhögskolan].

- Neuman, D. (1987). *The origin of arithmetic skills: A phenomenographic approach*. [Avhandling, Göteborgs universitet].
- Nilsson, P. (2006). *Exploring probabilistic reasoning: a study of how students contextualise compound chance encounters in explorative settings*. [Doktorsavhandling, Växjö universitet]. <https://www.diva-portal.org/smash/record.jsf?pid=diva2%3A794478>
- Niss, M. (1984). Kritisk matematikundervisning – nødvendig men vanskelig. *Unge Pædagoger* (4), 21–29.
- Norén, E. & Valero, P. (2022). Att bilda goda, matematiska medborgare i Sverige. I P. Valero, L.B. Boistrup, I.M. Christiansen, & E. Norén (Red.), *Matematikundervisningens sociopolitiska utmaningar* (s. 157–180). Stockholm University Press. <https://doi.org/10.16993/bcc.h>
- Nyman, R. (2017). *Interest and engagement: perspectives on mathematics in the classroom*. [Doktorsavhandling, Göteborgs universitet]. <http://hdl.handle.net/2077/51917>
- Palm, T. (2002). *The realism of mathematical school tasks: Features and consequences*. [Doktorsavhandling, Umeå universitet]. <https://www.diva-portal.org/smash/record.jsf?pid=diva2%3A369760>
- Palmberg, B. (2014). *The influence of national curricula and national assessments on teachers' beliefs about the goals of school mathematics*. [Doktorsavhandling, Umeå universitet]. <https://www.diva-portal.org/smash/record.jsf?pid=diva2%3A713421>
- Pansell, A. (2022). Tabelltest på tid. I P. Valero, L.B. Boistrup, I.M. Christiansen, & E. Norén (Red.), *Matematikundervisningens sociopolitiska utmaningar* (s. 43–68). Stockholm University Press. <https://doi.org/10.16993/bcc.d>
- Persson, P.E. (2010). *Räkna med bokstäver! En longitudinell studie av vägar till en förbättrad algebraundervisning på gymnasienivå*. [Doktorsavhandling, Luleå tekniska universitet]. <https://www.diva-portal.org/smash/record.jsf?pid=diva2%3A1404494>
- Pettersson, A. (1990). *Att utvecklas i matematik: en studie av elever med olika prestationsutveckling*. [Doktorsavhandling, Stockholms universitet]. <https://www.diva-portal.org/smash/record.jsf?pid=diva2%3A582164>
- Pettersson, K. (2004). *Samspel mellan intuitiva idéer och formella bevis. En fallstudie av universitetsstudenters arbete med en analysuppgift*. [Licentiatuppsats, Göteborgs universitet]. <https://www.diva-portal.org/smash/record.jsf?pid=diva2%3A31840>
- Reis, M. (2011). *Att ordna, från ordning till ordning. Yngre förskolebarns matematiserande*. [Doktorsavhandling, Göteborgs universitet]. <https://www.diva-portal.org/smash/record.jsf?pid=diva2%3A876987>

- Ryve, A. (2003). *Collaborative concept mapping in linear algebra*. [Licentiatuppsats, Mälardalens högskola]. <https://www.diva-portal.org/smash/record.jsf?pid=diva2%3A120737>
- Sfard, A. (2008). *Thinking as communicating: Human development, the growth of discourses, and mathematizing*. Cambridge University Press.
- Skovsmose, O. (1984). *Kritik, undervisning og matematik*. Lærerforeningens materialeudvalg.
- SOU. (2017:35). *Samling för skolan. Nationell strategi för kunskap och likvärdighet*. Elanders Sverige AB. Från <https://www.regeringen.se/498092/contentassets/e94a1c61289142bfbcdf54a44377507/samling-for-skolan---nationell-strategi-for-kunskap-och-likvardighet-sou-201735.pdf>.
- Stanford Encyclopedia of Philosophy. (2014). *Jürgen Habermas*. Från <https://plato.stanford.edu/entries/habermas/>
- Strahler-Pohl, H. (2022). Delmatematisering i kapitalismens tidsålder – Att återerövra den kritiska distansen. I P. Valero, L.B. Boistrup, I.M. Christiansen, & E. Norén (Red.), *Matematikundervisningens sociopolitiska utmaningar* (s. 257–279). Stockholm University Press. <https://doi.org/10.16993/bcc.1>
- Sumpter, L. (2009). *On aspects of mathematical reasoning: Affect and gender*. [Doktorsavhandling, Umeå universitet]. <https://www.diva-portal.org/smash/record.jsf?pid=diva2%3A740702>
- Taflin, E. (2007). *Matematikproblem i skolan – för att skapa tillfällen till lärande*. [Doktorsavhandling, Umeå universitet]. <https://www.diva-portal.org/smash/record.jsf?pid=diva2%3A523376>
- Unga, J. (2013). *Det är en spricka i allt, det är så ljuset kommer in...: Matematik och förskolebarns experimenterande och potentialitet*. [Licentiatuppsats, Stockholms universitet]. <https://www.diva-portal.org/smash/record.jsf?pid=diva2%3A613707>
- Valero, P. (2004). Socio-political perspectives on mathematics education. I P. Valero & R. Zevenbergen (Red.), *Researching the socio-political dimensions of mathematics education* (s. 5–23). Springer. [https://doi.org/10.1007/1-4020-7914-1\\_2](https://doi.org/10.1007/1-4020-7914-1_2)
- Vuurman, O. (2014). *The function concept and university mathematics teaching*. [Doktorsavhandling, Karlstads universitet]. <https://www.diva-portal.org/smash/record.jsf?pid=diva2%3A693890>
- Wallin, A., Norén, E., & Valero, P. (2022). Matematik på Solens fritidshem – Om att 'göra verkstad' av policy-dokument. I P. Valero, L.B. Boistrup, I.M. Christiansen, & E. Norén (Red.), *Matematikundervisningens sociopolitiska utmaningar* (s. 181–206). Stockholm University Press. <https://doi.org/10.16993/bcc.i>

- Young, M. (2018). The challenge of bringing different worlds together. I S. Allais & Y. Shalem (Red.), *Knowledge, curriculum and preparation for work* (s. 249–260). Brill/Sense. [https://doi.org/10.1163/9789004365407\\_014](https://doi.org/10.1163/9789004365407_014)
- Österling, L. (2022). Bilder med makt över matematiklärarutbildningen. I P. Valero, L.B. Boistrup, I.M. Christiansen, & E. Norén (Red.), *Matematikundervisningens sociopolitiska utmaningar* (s. 207–233). Stockholm University Press. <https://doi.org/10.16993/bcc.j>